CENTRO SUPERIOR DE INFORMÁTICA
Departamento de Estadística, I.O. y Computación
Teoría de Autómatas y Lenguajes Formales

Problemas del tema 5: Gramáticas y Lenguajes Independientes del Contexto

5.1. Describir los lenguajes generados por las siguientes gramáticas:

- $S \to XYX$
  $X \to aX|bX|\epsilon$
  $Y \to bbb$
- $S \to aX$
- $X \to aX|bX|\epsilon$

5.2. Obtener a partir de la gramática regular $G \equiv (\{S, B\}, \{1, 0\}, P, S)$ con las producciones $P = \{S \to 110B, B \to 1B, B \to 0B, B \to \epsilon\}$ el DFA que reconoce el lenguaje generado por esta gramática.

5.3. Dado el lenguaje $L = \{u110|u \in \{1, 0\}*\}$. Hallar la expresión regular que representa a L, las gramáticas lineal por la derecha y lineal por la izquierda que lo generan y el autómata finito que reconoce L.

5.4. Para el lenguaje representado por la expresión regular $(01) * 0$ obtener

- Una gramática lineal por la derecha que genere L.
- Una gramática lineal por la izquierda que genere L.
- El DFA mínimo que reconoce L.

5.5. Proponer una gramática independiente del contexto que genera el lenguaje sobre el alfabeto $\{a, b\}$ de las palabras que tienen más $a$es que $b$es. (Al menos una más).

5.6. Proponer si es posible una gramática lineal por la derecha o una gramática independiente del contexto que genere el lenguaje L supuesto que $L \subset \{a, b, c\}*$ y verifica:

- $w \in L \Leftrightarrow w$ no contiene dos símbolos b consecutivos.
- $w \in L \Leftrightarrow w$ contiene dos símbolos b consecutivos.
- $w \in L \Leftrightarrow w$ contiene un número impar de símbolos c.
- $w \in L \Leftrightarrow w$ no contiene el mismo número de símbolos b que de símbolos c.

5.7. Demostrar que los siguientes lenguajes no son independientes del contexto:

5.7.1. $L_1 = \{a^p|$ p es primo$\}$

5.7.2. $L_2 = \{a^{n^2}|n > 1\}$

5.8. Determinar si los siguientes lenguajes son regulares o independientes del contexto. Justificar las respuestas.

5.8.1. $\{0^i b^j | i = 2j$ ó $2i = j\}$

5.8.2. $\{ww^{-1}|w \in \{0,1\}*, |w| < 1000\}$

5.8.3. $\{ww^{-1}|w \in \{0,1\}*, |w| \geq 1000\}$

5.8.4. $\{0^i 1^j 2^k | i = j$ ó $j = k\}$

5.9. Considérense los lenguajes

- $L_1 = L((01|1) * 00)$
- $L_2 = L(01(01|1)*)$

Construir un DFA mínimo que acepte el lenguaje $L_1 - L_2$ a partir de los autómatas que aceptan L_1 y L_2.

5.10. Considere la gramática independiente del contexto:
$S \rightarrow aAB|aBA|\epsilon$
$A \rightarrow aS|bAAA$
$B \rightarrow aABB|aBAB|aBBA|bS$
Determinar si las cadenas $w_1 = aabaab$ y $w_2 = bbaaa$ son generadas por esta gramática

5.10.1. Haciendo una búsqueda en el árbol de todas las derivaciones, pasando previamente la gramática a forma normal de Greibach.

5.10.2. Utilizando el algoritmo de Cocke-Younger-Kasami.

5.11. Encontrar cuando sea posible un autómata con pila que acepte el lenguaje L, donde

5.11.1. $L = \{ww^{-1}|w \in \{0,1\}*\}$

5.11.2. $L = \{ww|w \in \{0,1\}*\}$

5.11.3. $L = \{a^l b^m c^n | l + m = n\}$

5.11.4. $L = \{a^m b^n c^m | n \leq m\}$

5.12. Determinar una gramática independiente del contexto que acepte el lenguaje $N(M)$ donde $M \equiv (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z, X\}, \delta, q_0, Z, \emptyset)$

y donde

$\delta(q_0, a, Z) = \{(q_0, X, Z)\}$
$\delta(q_0, a, X) = \{(q_0, XX), (q_1, \epsilon)\}$
$\delta(q_0, b, Z) = \{(q_0, XZ)\}$
$\delta(q_0, b, X) = \{(q_0, XX)\}$

$\delta(q_1, a, X) = \{(q_1, \epsilon)\}$
$\delta(q_1, \epsilon, Z) = \{(q_1, \epsilon)\}$

y el resto de transiciones son el conjunto vacío.