

1.- Dada la variable discreta X , cuya función de probabilidad es $P(x) = k \binom{10}{x}$, $x = 0, 1, \dots, 10$, hallar:

- i) El valor de k .
- ii) $F(7.5)$, siendo F la función de distribución

2.- Determinar los valores de k que hagan que las siguientes expresiones sean unas funciones de probabilidad.

- i) $P(x) = k3^{-x}$, $x = 2, 3, 4, \dots$
- ii) $P(x) = (1-k)k^x$, $x = 0, 1, 2, \dots$

3.- Dado $p \in]0, 1[$, se define la variable aleatoria X de manera que $P(X = x) = (1-p)^{x-1} p$, $x = 1, 2, 3, 4, \dots$. Hallar $E(X)$ y $V(X)$.

4.- Dado $p \in]0, 1[$, se define la variable aleatoria X de manera que $P(X = x) = (1-p)^x p$, $x = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$. Hallar $E(X)$ y $V(X)$.

5.- Si $\lambda > 0$, definimos la variable aleatoria X de manera que $P(X = x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$, $x = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$. Hallar $E(X)$ y $V(X)$. Hallar $E(e^{tX})$

6.- Dado $p \in [0, 1]$, se define la variable aleatoria X de manera que $P(X = x) = p^x (1-p)^{1-x}$, $x = 0, 1$. Hallar $E(X)$ y $V(X)$.

7.- Dados $p \in [0, 1]$ y n (un número entero positivo) se define la variable aleatoria X de manera que $P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$, $x = 0, 1, \dots, n$. Hallar $E(X)$ y $V(X)$.

8.- Dado el número entero $C > 0$, la variable X toma los valores $1, 2, \dots, C$, con probabilidades $P(X = i) = \frac{1}{C}$, $i = 1, \dots, C$.

- i) Determinar la función de distribución de X .
- ii) Hallar la media, la mediana, la moda y la desviación típica.
- iii) Calcular $P\left\{\frac{C}{5} < X \leq \frac{C}{2}\right\}$.

9.- Indicar si las siguientes funciones se corresponden con funciones de distribución de una variable aleatoria:

a) $F(x) = \begin{cases} 0, & \text{si } x < 0 \\ \frac{x}{1+x}, & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$, b) $F(x) = \begin{cases} 0, & \text{si } x < 0 \\ 1 - e^{-5x}, & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

10.- La duración en horas de un componente electrónico es una variable aleatoria cuya

función de distribución es $F(x) = \begin{cases} 0, & \text{si } x < 0 \\ 1 - e^{-100x}, & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

- i) Determinar la función de densidad.
- ii) Determinar la probabilidad de que la componente trabaje más de 200 horas.
- iii) Hallar la media y la desviación típica.

11.- Sea X una variable aleatoria con función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{k}{\sqrt{x}}, & \text{si } 0 < x < 4 \\ 0, & \text{en el resto} \end{cases}$$

- i) Determinar k .

- ii) Hallar la función de distribución.
- iii) Hallar la media, la desviación típica y la mediana.
- iv) Hallar la probabilidad de que X sea mayor que 1 sabiendo que X es menor que 3.

12.- Sea la función:

$$f(x) = \begin{cases} x, & \text{si } x \in [0,1) \\ k - 2x, & \text{si } x \in \left[1, \frac{3}{2}\right) \\ 0, & \text{en el resto} \end{cases}$$

- i) Hallar k para que sea una función de densidad.
- ii) Determinar la función de distribución.
- iii) Hallar la esperanza y la varianza.

13.- Dada la función de distribución de la variable X :

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{si } x < 0 \\ k\left(x + \frac{x^3}{3}\right), & \text{si } x \in [0,3) \\ 1, & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

- i) Hallar el valor de k para que X sea una variable continua.
- ii) Hallar $P(1 < X < 2)$
- iii) Hallar la probabilidad de que X sea mayor que 1.
- iv) Sabiendo que X es mayor que 1, hallar la probabilidad de que X sea menor que 2.

14.- La variable aleatoria Z tiene como función de densidad:

$$f(z) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2\sigma^2}}, \quad z \in \mathbb{R}, \sigma > 0$$

Obtener la función de densidad de $Y = |Z|$. Encontrar la media de Y .

15.- Dada la variable aleatoria con función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} k(1-x^2), & x \in]0,1[\\ 0, & \text{en el resto} \end{cases}$$

- i) Hallar el valor de k .
- ii) Determinar la media y la varianza de la variable $Y = 3X - 1$

16.- Sea X la variable aleatoria cuya función de densidad es:

$$f(x) = \begin{cases} k(-x^2 + 2x), & \text{si } x \in [0,2] \\ 0, & \text{si } x \notin [0,2] \end{cases}$$

- i) Hallar k .
- ii) Hallar $E(X)$ y $Var(X)$
- iii) Hallar $E(\sqrt{X})$

17.- Sea X una variable aleatoria cuya función de densidad es:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\pi^3}{2} e^{-\pi x} x^2, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

- i) Hallar la función de distribución de X .
- ii) Determinar la función de distribución de $Y = \pi X$.
- iii) Hallar $p(Y \in [0, \log 10])$ (logaritmo neperiano).