

1.- Sea (X, Y) un vector aleatorio con función de densidad:

$$f(x, y) = \begin{cases} k, & \text{si } (x, y) \in R \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

siendo R el recinto limitado por las funciones $y = \sqrt{1-x}$, $y = x-1$ e $y = 1$.

- i) Hallar el valor de k .
- ii) Determinar la distribución marginal de Y . Halla la esperanza de X .
- iii) Hallar $P\left(\frac{1}{5} < X \leq 1, Y \leq \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$.
- iv) Calcular el coeficiente de correlación entre X e Y .

2.- Sea (X, Y) un vector aleatorio con función de densidad:

$$f(x, y) = \begin{cases} k, & \text{si } (x, y) \in R \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

siendo R el recinto limitado por las funciones $y = \sqrt{x}$, $y = 2-x$, $y = 0$.

- v) Hallar el valor de k .
- vi) Determinar la distribución marginal de X . Halla la desviación típica de Y .
- vii) Hallar $P\left(\frac{1}{2} < X \leq 1, Y \geq \frac{1}{2}\right)$.

3.- Sea (X, Y) un vector aleatorio con función de densidad:

$$f(x, y) = \begin{cases} kxy, & \text{si } (x, y) \in R \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

siendo R el recinto limitado por $y^2 = 2-x^2$, $y = x$, $x = 0$, tal que $xy \geq 0$.

- i) Hallar el valor de k .
- ii) ¿ X e Y son independientes?
- iii) Hallar $P\left(0 < X \leq \frac{1}{2}, Y \leq 1\right)$.

4.- Sea (X, Y) un vector aleatorio con función de densidad:

$$f(x, y) = \begin{cases} k, & \text{si } (x, y) \in R \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

siendo R el recinto limitado por las funciones $y = (1-x)^2$, $y = x-1$ e $y = 1$.

- i) Hallar el valor de k .
- ii) Determinar la distribución marginal de X . Halla la esperanza de Y .
- iii) Hallar $P\left(X \geq 1, \frac{1}{2} < Y \leq 1\right)$.

5.- Sea (X, Y) una variable uniforme en el primer cuadrante de un círculo de radio r .

- i) Hallar la función de densidad marginal de X .
- ii) Hallar la función de densidad marginal de Y . ¿Son independientes X e Y ?
- iii) Hallar $E\left(Y / X = \frac{r}{2}\right)$.

6.- Dado el vector aleatorio (X, Y) con función de densidad conjunta:

$$f(x, y) = \begin{cases} kye^{-(x+y)}, & \text{si } x > 0, y > 0 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- i) Hallar el valor de k .
- ii) ¿ X e Y son independientes? ¿Cuál es la covarianza?
- iii) Hallar $P(Y > 10 / 5 < X < 40)$.

7.- Sea (X, Y) un vector aleatorio con función de densidad:

$$f(x, y) = \begin{cases} k(x+y), & \text{si } x > 0, y > 0, x+y < 2 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- i) Hallar el valor de k .
- ii) Determinar la función de densidad $f(x/y)$. Hallar $E(X/Y=1)$.
- iii) ¿Son X e Y independientes?

8.- La variable (X, Y) tiene como función de densidad conjunta:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{k}, & \text{si } 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, x+y \geq 1 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- i) Hallar el valor de k .
- ii) Hallar $E(Y/X=x)$. Hallar $V(Y)$.
- iii) Hallar $COV(X, Y)$.
- iv) Hallar $P(X \leq Y \leq 2X)$.

9.- La variable (X, Y) tiene como función de densidad conjunta:

$$f(x, y) = \begin{cases} k, & \text{si } x \geq 0, y \geq 0, x \geq y, (x-1)^2 \leq 1-y \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- i) Hallar el valor de k .
- ii) Hallar $E(X/Y=0,5)$. Hallar $V(X)$.
- iii) Hallar $P(2Y \leq X \leq 0,75)$.

10.- Sea (X, Y) un vector aleatorio con función de densidad:

$$f(x, y) = \begin{cases} k, & \text{si } 0 \leq y \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- i) Hallar el valor de k .
- ii) Determinar las distribuciones marginales.
- iii) Hallar $P(X < \frac{1}{3}, Y < \frac{1}{4})$
- iv) Determinar el coeficiente de determinación.

11.- Sea (X, Y) un vector aleatorio con función de densidad:

$$f(x, y) = \begin{cases} k \frac{x}{6}, & \text{si } (x, y) \in R \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

siendo R el triángulo limitado por las rectas $y=0$, $x+4y=4$, $x-4y=4$.

- i) Hallar el valor de k .
- ii) Determinar las distribuciones marginales. Hallar las esperanzas.
- iii) Hallar $P(X \leq 3, Y < 0)$.
- iv) Calcular la covarianza.

12.- Sea (X, Y) un vector aleatorio con función de densidad:

$$f(x, y) = \begin{cases} k, & \text{si } (x, y) \in R \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

siendo R el triángulo limitado por las rectas $y=1-x$, $y=x-1$, $y=1$.

- i) Hallar el valor de k .
- ii) Determinar la distribución marginal de Y . Halla la esperanza de X .
- iii) Hallar $P(\frac{1}{2} < X \leq \frac{3}{2}, Y > \frac{1}{2})$.
- iv) Calcular el coeficiente de correlación.

13- Dada la variable aleatoria bidimensional (X, Y) cuya función de densidad conjunta es:

$$f(x, y) = \begin{cases} k(x-y), & \text{si } 0 < y < x < 1 \\ 0, & \text{en el resto} \end{cases}$$

- i) Hallar el valor de k .
- ii) Hallar las funciones de densidad marginales y condicionadas.
- iii) Calcular $P(X < 2Y)$.

14.- Dada la variable aleatoria bidimensional (X, Y) con función de densidad conjunta:

$$f(x, y) = \begin{cases} kye^{-2x}e^{-y}, & \text{si } x > 0, y > 0 \\ 0, & \text{en el resto} \end{cases}$$

- i) Hallar el valor de k .
- ii) ¿Son independientes X e Y ?
- iii) ¿Cuál es la covarianza de X e Y ?

15.- La variable aleatoria bidimensional (X, Y) tiene como función de densidad conjunta:

$$f(x, y) = \begin{cases} 15x^2y, & \text{si } (x, y) \in R \\ 0, & \text{en el resto} \end{cases}$$

siendo R el triángulo limitado por las rectas $x = 0$, $y = 1$, $x = y$.

- i) Hallar las funciones de densidad marginales y condicionadas. ¿Son independientes?
- ii) Hallar la covarianza.

16.- Se lanzan dos dados. Si X mide el máximo de las puntuaciones obtenidas e Y mide el mínimo de dichas puntuaciones, hallar:

- i) Las funciones de masa conjunta, marginales y condicionada de Y por $X = 5$.
- ii) La probabilidad de que $X < 4$ e $Y \geq 3$.
- iii) ¿Son incorreladas?

17.- El vector aleatorio (X, Y) tiene como función de densidad conjunta:

$$f(x, y) = \begin{cases} k, & \text{si } (x, y) \in R \\ 0, & \text{si } (x, y) \notin R \end{cases}$$

siendo R el cuadrado unidad.

- i) Determinar k .
- ii) Si $U = X + Y$ y $V = X - Y$, hallar la función de densidad de (U, V) . Hallar $E(U)$, $Var(U)$, $E(V)$ y $Var(V)$.

18.- Dado el vector aleatorio (X, Y) con función de densidad conjunta:

$$f(x, y) = \begin{cases} k, & \text{si } 0 \leq x \leq 2, y \leq x, x \leq y + 2 \\ 0, & \text{en el resto} \end{cases}$$

- i) Determinar k .
- ii) Hallar $E(X + Y)$ y $E(X - Y)$.
- iii) Sean $U = X + Y$ y $V = X - Y$. Hallar la función de densidad de (U, V) . Hallar $Var(U)$ y $Var(V)$.

19.- A partir del vector aleatorio (X, Y) con función de densidad conjunta:

$$f(x, y) = \begin{cases} k, & \text{si } 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1, 1 - x \leq y \\ 0, & \text{en el resto} \end{cases}$$

- i) Determinar k .
- ii) Hallar $E(X + Y)$ y $E(X - Y)$.
- iii) Sean $U = X + Y$ y $V = X - Y$. Hallar la función de densidad de (U, V) . Hallar $Var(U)$ y $Var(V)$.
- iv) Hallar $COV(X, Y)$.