1.4. Longitud de una cadena

La **longitud** de una cadena $u \in \Sigma^*$ se denota $|u|$ y se define como el número de símbolos de u (contando los símbolos repetidos). Es decir,

$$|u| = \begin{cases} 0, & \text{si } u = \lambda, \\ n, & \text{si } u = a_1 a_2 \cdots a_n \end{cases}$$

Ejemplo $|aba| = 3$, $|baaa| = 4$.

Ejemplo Si $w \in \Sigma^*$, $n, m \in \mathbb{N}$, demostrar que

$$|w^{n+m}| = |w^n| + |w^m|$$

Solución:
Caso $n, m \geq 1$. $|w^{n+m}| = |\underbrace{ww \cdots w}_{n+m \text{ veces}}| = (n+m)|w|$. Por otro lado,

$$|w^n| + |w^m| = |\underbrace{ww \cdots w}_{n \text{ veces}}| + |\underbrace{ww \cdots w}_{m \text{ veces}}| = n|w| + m|w|.$$

Caso $n = 0, m \geq 1$. $|w^{n+m}| = |w^{0+m}| = |w^m|$. Por otro lado,

$$|w^n| + |w^m| = |w^0| + |w^m| = |\lambda| + |w^m| = 0 + |w^m| = |w^m|.$$

Caso $m = 0, n \geq 1$. Similar al caso anterior.
Caso $n = 0, m = 0$. $|w^{n+m}| = |w^{0+0}| = |\lambda| = 0$. Por otro lado,

$$|w^n| + |w^m| = |w^0| + |w^0| = |\lambda| + |\lambda| = 0 + 0 = 0.$$