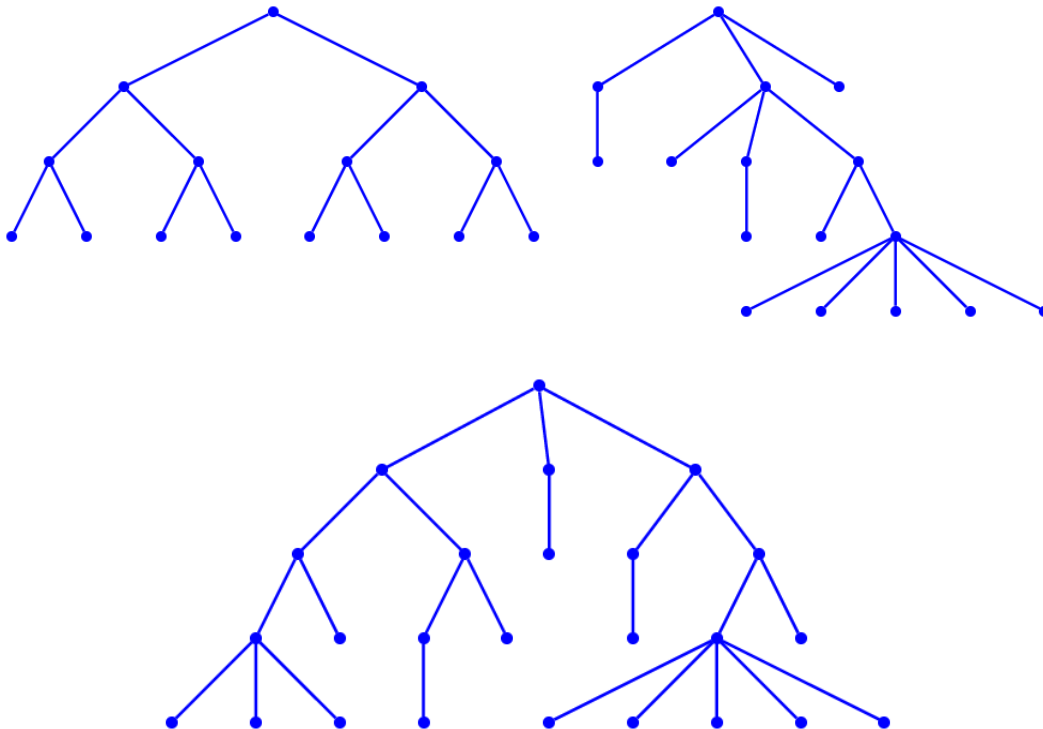


4.2. Árbol de una derivación

Un **árbol con raíz** es un tipo muy particular de grafo no-dirigido; está formado por un conjunto de vértices o nodos conectados entre sí por arcos o aristas, con la siguiente propiedad: existe un nodo especial, llamado la **raíz** del árbol, tal que hay una única trayectoria entre cualquier nodo y la raíz. De esta manera, la raíz se ramifica en nodos, llamados **descendientes inmediatos**, cada uno de los cuales puede tener, a su vez, descendientes inmediatos, y así sucesivamente.

La propiedad que caracteriza a un árbol garantiza que un nodo puede tener 0, 1, o más descendientes inmediatos pero un único antecesor inmediato. El único nodo que no tiene antecesores es la raíz. Los nodos que tienen descendientes, excepto la raíz, se denominan **nodos interiores**. Los nodos que no tienen descendientes se llaman **hojas** del árbol. En la terminología usualmente utilizada, los descendientes de un nodo también se denominan **hijos** y los antecesores **padres** o **ancestros**. El número de vértices (y por lo tanto, el número de arcos) de un árbol puede ser infinito.

Ejemplo Algunos árboles con raíz:



El **árbol de una derivación** $S \Rightarrow^* w$, $w \in \Sigma^*$, en una GIC es un árbol con raíz que se forma de la siguiente manera:

1. La raíz está etiquetada con el símbolo inicial S .
2. Cada nodo interior está etiquetado con un no terminal.
3. Cada hoja está etiquetada con terminal o con λ .
4. Si en la derivación se utiliza la producción $A \rightarrow s_1 s_2 \cdots s_k$, donde $s_i \in (V \cup \Sigma)^*$, el nodo A tiene k descendientes inmediatos: s_1, s_2, \dots, s_k , escritos de izquierda a derecha.

De esta forma, las hojas del árbol de derivación de $S \Rightarrow^* w$ son precisamente los símbolos de la cadena w , leídos de izquierda a derecha y, posiblemente, algunos λ .

La búsqueda de un árbol de derivación para una cadena $w \in \Sigma^*$ se denomina **análisis sintáctico** de w . Los árboles de derivación también se suelen llamar árboles sintácticos o árboles de análisis sintáctico.

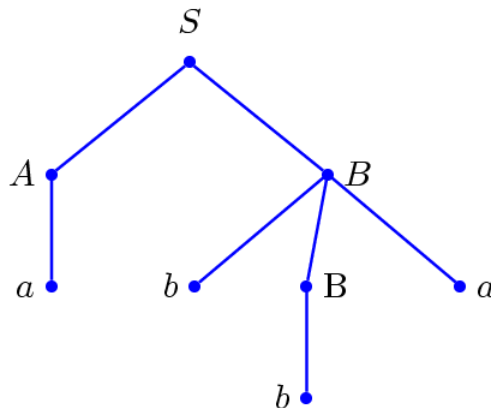
Ejemplo Sea G la gramática:

$$\begin{cases} S \rightarrow AB \mid AaB \\ A \rightarrow aA \mid a \\ B \rightarrow bBa \mid b \end{cases}$$

El árbol de la derivación

$$S \Rightarrow AB \Rightarrow AbBa \Rightarrow abBa \Rightarrow abba$$

es



El anterior es también el árbol de la derivación

$$S \Rightarrow AB \Rightarrow aB \Rightarrow abBa \Rightarrow abba$$

Esto muestra que dos derivaciones diferentes pueden tener el mismo árbol de derivación ya que en el árbol aparecen las producciones utilizadas pero no el orden en que han sido aplicadas.

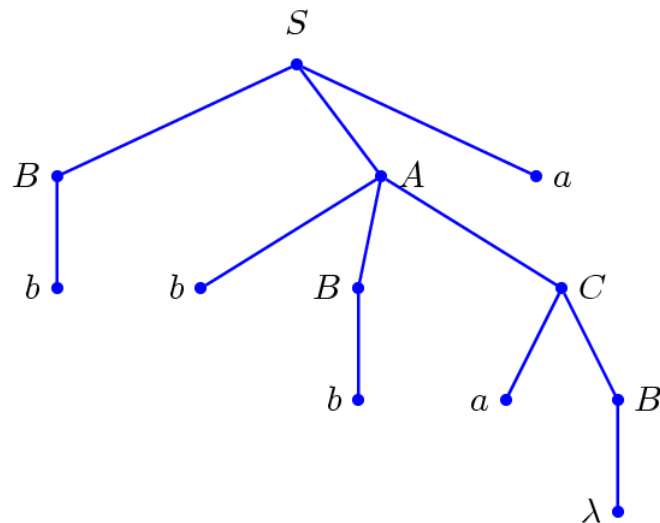
Ejemplo Sea G la gramática:

$$\begin{cases} S \rightarrow BAa \\ A \rightarrow bBC \mid a \\ B \rightarrow bB \mid b \mid \lambda \\ C \rightarrow aB \mid aa \end{cases}$$

El árbol de la derivación

$$S \Rightarrow BAa \Rightarrow bAa \Rightarrow bbBCa \Rightarrow bbbCa \Rightarrow bbbaBa \Rightarrow bbbaa$$

es



Ejercicios de la sección 4.2

1. Sea G siguiente gramática:

$$G : \begin{cases} S \longrightarrow aS \mid AaB \\ A \longrightarrow aA \mid a \\ B \longrightarrow bBbB \mid b \end{cases}$$

Encontrar una derivación de la cadena $aaaabbbb$ y hallar el árbol de tal derivación.

2. Sea G la siguiente gramática:

$$G : \begin{cases} S \rightarrow ABC \mid BaC \mid aB \\ A \rightarrow Aa \mid a \\ B \rightarrow BAB \mid bab \\ C \rightarrow cC \mid \lambda \end{cases}$$

Encontrar derivaciones de las cadenas $w_1 = abab$, $w_2 = babacc$, $w_3 = ababababc$ y hallar los árboles de tales derivaciones.