1.12. Reflexión o inverso de un lenguaje

Dado A un lenguaje sobre Σ, se define A^R de la siguiente forma:

$$A^R = \{u^R : u \in A\}.$$

A^R se denomina la **reflexión** o el **inverso** de A.

Propiedades. Sean A y B lenguajes sobre Σ (es decir, $A, B \subseteq \Sigma^*$).

1. $(A \cdot B)^R = B^R \cdot A^R$.
2. $(A \cup B)^R = A^R \cup B^R$.
3. $(A \cap B)^R = A^R \cap B^R$.
4. $\left(A^R\right)^R = A$.
5. $(A^*)^R = \left(A^R\right)^*$.
6. $(A^+)^R = \left(A^R\right)^+$.

<u>*Demostración*</u>:

1.
$$\begin{aligned} x \in (A \cdot B)^R &\Longleftrightarrow x = u^R, \quad \text{donde } u \in A \cdot B \\ &\Longleftrightarrow x = u^R, \quad \text{donde } u = vw,\ v \in A, w \in B \\ &\Longleftrightarrow x = (vw)^R, \quad \text{donde } v \in A, w \in B \\ &\Longleftrightarrow x = w^R v^R, \quad \text{donde } v \in A, w \in B \\ &\Longleftrightarrow x \in B^R \cdot A^R. \end{aligned}$$

2. ***Ejercicio***

3. ***Ejercicio***

4. ***Ejercicio***

5.
$$\begin{aligned} x \in (A^*)^R &\Longleftrightarrow x = u^R,\ \text{donde } u \in A^* \\ &\Longleftrightarrow x = (u_1 \cdot u_2 \cdots u_n)^R,\ \text{donde los } u_i \in A,\ n \geq 0 \\ &\Longleftrightarrow x = u_n^R \cdot u_2^R \cdots u_1^R,\ \text{donde los } u_i \in A,\ n \geq 0 \\ &\Longleftrightarrow x \in (A^R)^*. \end{aligned}$$

6. **_Ejercicio_**

Ejercicio ¿Se pueden generalizar las propiedades 2 y 3 anteriores para uniones e intersecciones arbitrarias, respectivamente?