1.2. Concatenación de cadenas

Dado un alfabeto Σ y dos cadenas $u, v \in \Sigma^*$, la **concatenación de u y v** se denota como $u \cdot v$ o simplemente uv y se define descriptivamente así:

1. Si $v = \lambda$, entonces $u \cdot \lambda = \lambda \cdot u = u$. Es decir, la concatenación de cualquier cadena u con la cadena vacía, a izquierda o a derecha, es igual a u.

2. Si $u = a_1 a_2 \cdots a_n$, $v = b_1 b_2 \cdots b_m$, entonces

$$u \cdot v = a_1 a_2 \cdots a_n b_1 b_2 \cdots b_m.$$

   Es decir, $u \cdot v$ es la cadena formada escribiendo los símbolos de u y a continuación los símbolos de v.

La concatenación de cadenas se puede definir inductiva o recursivamente de la siguiente manera. Si $u, v \in \Sigma^*$, $a \in \Sigma$, entonces

1. $u \cdot \lambda = \lambda \cdot u = u$.

2. $u \cdot (va) = (u \cdot v)a$.

Propiedad. *La concatenación de cadenas es una operación asociativa. Es decir, si $u, v, w \in \Sigma^*$, entonces*

$$(uv)w = u(vw).$$

Demostración: Se puede hacer escribiendo explícitamente las cadenas u, v, w y usando la definición descriptiva de concatenación. También se puede dar una demostración inductiva usando la definición recursiva de concatenación (ejercicio opcional). $\square$

1.3. Potencias de una cadena

Dada $u \in \Sigma^*$ y $n \in \mathbb{N}$, se define (descriptivamente) u^n en la siguiente forma

$$u^0 = \lambda,$$
$$u^n = \underbrace{uu \cdots u}_{n \text{ veces}}.$$

$\boxed{\textit{Ejercicio}}$ Dar una definición recursiva de u^n.