## 1.2. Concatenación de palabras

Dado un alfabeto $\Sigma$, y dos palabras $u, v \in \Sigma^*$, la **concatenación de** $u$ **y** $v$ se denota como $u \cdot v$ o simplemente $uv$ y se define descriptivamente así:

1. Si $v = \lambda$, entonces $u \cdot \lambda = \lambda \cdot u = u$. Es decir, la concatenación de cualquier palabra $u$ con la palabra vacía, a izquierda o a derecha, es igual a $u$.

2. Si $u = a_1 a_2 \cdots a_n$, $v = b_1 b_2 \cdots b_m$, entonces

$$u \cdot v = a_1 a_2 \cdots a_n b_1 b_2 \cdots b_m.$$

   Es decir, $u \cdot v$ es la palabra formada escribiendo los símbolos de $u$ y a continuación los símbolos de $v$.

La concatenación de palabras se puede definir inductiva o recursivamente de la siguiente manera. Si $u, v \in \Sigma^*$, $a \in \Sigma$, entonces

1. $u \cdot \lambda = \lambda \cdot u = u$.

2. $u \cdot (va) = (u \cdot v)a$.

**Propiedad.** *La concatenación de palabras es una operación asociativa. Es decir, si $u, v, w \in \Sigma^*$, entonces*

$$(uv)w = u(vw).$$

*Demostración*: Se puede hacer escribiendo explícitamente las palabras $u, v, w$ y usando la definición descriptiva de concatenación. También se puede dar una demostración inductiva usando la definición recursiva de concatenación (ejercicio opcional).

## 1.3. Potencias de una palabra

Dada $u \in \Sigma^*$ y $n \in \mathbb{N}$, se define (descriptivamente) $u^n$ en la siguiente forma

$$u^0 = \lambda,$$
$$u^n = \underbrace{uu \cdots u}_{n \text{ veces}}$$

$\boxed{\textit{Ejercicio}}$ Dar una definición recursiva de $u^n$.