1.13. Lenguajes regulares

Los **lenguajes regulares** sobre un alfabeto dado Σ son todos los lenguajes que se pueden formar a partir de los lenguajes básicos $\varnothing$, $\{\lambda\}$, $\{a\}$, $a \in \Sigma$, por medio de las operaciones de unión, concatenación y estrella de Kleene.

Podemos dar una definición recursiva de los lenguajes regulares. Sea Σ un alfabeto.

1. $\varnothing$, $\{\lambda\}$ y $\{a\}$, para cada $a \in \Sigma$, son lenguajes regulares sobre Σ. Estos son los denominados lenguajes regulares básicos.

2. Si A y B son lenguajes regulares sobre Σ, también lo son

$$\begin{array}{cl} A \cup B & \text{(unión)} \\ A \cdot B & \text{(concatenación)} \\ A^* & \text{(estrella de Kleene).} \end{array}$$

Obsérvese que tanto Σ como Σ^* son lenguajes regulares sobre Σ.

Ejemplos Sea $\Sigma = \{a, b\}$. Los siguientes son lenguajes regulares sobre Σ:

1. El lenguaje A de todas las cadenas que tienen exactamente una a:

$$A = \{b\}^* \cdot \{a\} \cdot \{b\}^*.$$

2. El lenguaje B de todas las cadenas que comienzan con b:

$$B = \{b\} \cdot \{a, b\}^*.$$

3. El lenguaje C de todas las cadenas que contienen la cadena ba:

$$C = \{a, b\}^* \cdot \{ba\} \cdot \{a, b\}^*.$$

4. $(\{a\} \cup \{b\}^*) \cdot \{a\}$.
5. $\big[\big(\{a\}^* \cup \{b\}^*\big) \cdot \{b\}\big]^*$.

Es importante observar que *todo lenguaje finito* $L = \{w_1, w_2, \ldots, w_n\}$ *es regular* ya que L es puede obtener con uniones y concatenaciones:

$$L = \{w_1\} \cup \{w_2\} \cup \cdots \cup \{w_n\},$$

y cada w_i es la concatenación de un número finito de símbolos, $w_i = a_1 a_2 \cdots a_k$; por lo tanto, $\{w_i\} = \{a_1\} \cdot \{a_2\} \cdots \{a_k\}$.