2.4. Autómatas finitos no deterministas

Los autómatas finitos no-deterministas se asemejan a los AFD, excepto por el hecho de que para cada estado $q \in Q$ y cada $a \in \Sigma$, la transición $\delta(q, a)$ puede consistir en más de un estado o puede no estar definida. Más concretamente, un **autómata finito no-determinista** (AFN) está definido por

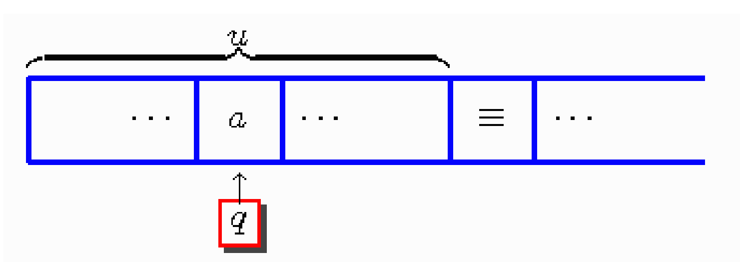
$$M = (\Sigma, Q, q_0, F, \Delta)$$

donde

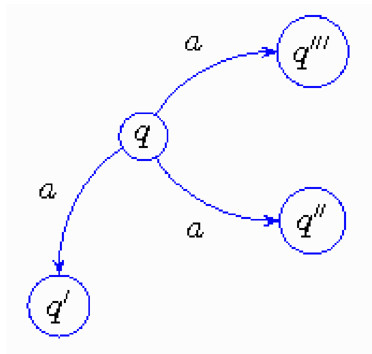
1. Σ es el alfabeto de cinta.
2. Q es un conjunto (finito) de estados.
3. $q_0 \in Q$ es el estado inicial.
4. $\varnothing \neq F \subseteq Q$ es el conjunto de estados finales o estados de aceptación.
5. $$\begin{array}{rcl} \Delta : Q \times \Sigma & \to & \wp(Q) \\ (q, a) & \mapsto & \Delta(q, a) = \{q_{i_1}, q_{i_2}, \ldots, q_{i_k}\} \end{array}$$
   donde $\wp(Q)$ es el conjunto de subconjunto de Q.

Puede suceder que $\Delta(q, a) = \varnothing$, lo cual significa que, si durante el procesamiento de una palabra de entrada u, M ingresa al estado q leyendo sobre la cinta el símbolo a, el cómputo se aborta.

Cómputo abortado:



La noción de diagrama de estados para un AFN se define de manera análoga al caso AFD, pero puede suceder que desde un mismo nodo (estado) salgan dos o más aristas con la misma etiqueta:



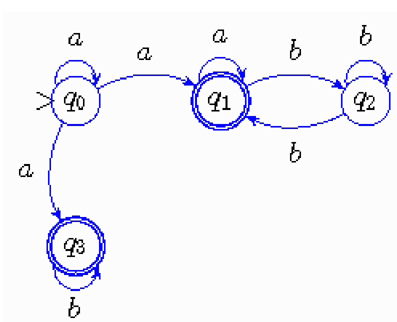
Un AFN M puede procesar una palabra de entrada $u \in \Sigma^*$ de varias maneras. Sobre el diagrama de estados del autómata, esto significa que pueden existir varias trayectorias etiquetadas con los símbolos de u.

La siguiente es la noción de aceptación para autómatas no deterministas:

$$\boxed{\begin{aligned} L(M) &= \text{lenguaje aceptado o reconocido por } M \\ &= \{u \in \Sigma^* : \text{existe por lo menos un cómputo completo} \\ &\qquad\qquad \text{de } u \text{ que termina en un estado } q \in F\} \end{aligned}}$$

Es decir, para que una palabra u sea aceptada, debe existir por lo menos un cómputo en el que u sea procesada completamente y que finalice estando M en un estado de aceptación.

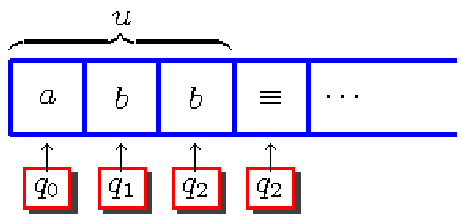
Ejemplo Sea M el siguiente AFN:



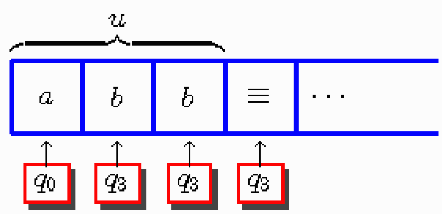
Δ	a	b
q_0	$\{q_0, q_1, q_3\}$	$\varnothing$
q_1	$\{q_1\}$	$\{q_2\}$
q_2	$\varnothing$	$\{q_1, q_2\}$
q_3	$\varnothing$	$\{q_3\}$

Para la palabra de entrada $u = abb$, existen cómputos que conducen al rechazo, cómputos abortados y cómputos que terminan en estados de aceptación. Según la definición de lenguaje aceptado, $u \in L(M)$.

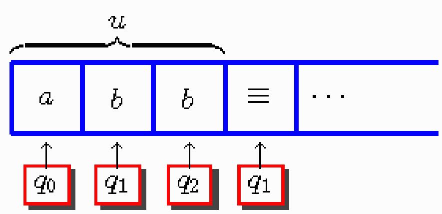
Cómputo de rechazo:



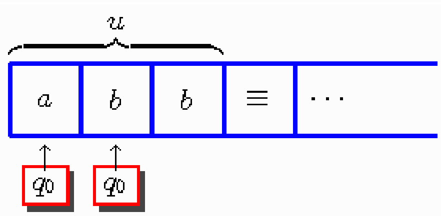
Cómputo de aceptación:



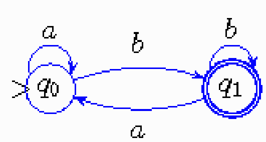
Otro cómputo de aceptación:



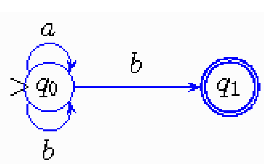
Cómputo abortado:



Ejemplo En un ejemplo de la sección 2.3 se diseño el siguiente AFD que acepta el lenguaje de las palabras sobre $\Sigma = \{a, b\}$ que terminan en b:

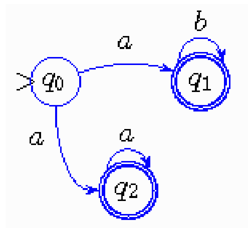


Un AFN que acepta el mismo lenguaje y que es, tal vez, más fácil de concebir, es el siguiente:

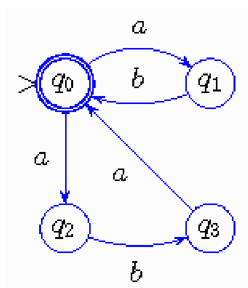


Este autómata se asemeja a la expresión regular $(a \cup b)^*b$.

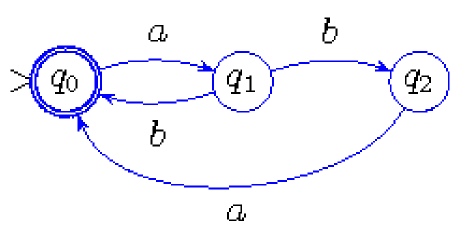
Ejemplo Considérese el lenguaje $L = ab^* \cup a^+$ sobre el alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$. El siguiente AFN M satisface $L(M) = L$.



Ejemplo $\Sigma = \{a, b\}, L = (ab \cup aba)^*$. El siguiente AFN acepta a L.



Otro AFN que acepta el mismo lenguaje y que tiene sólo tres estados es el siguiente:



Ejercicios Diseñar AFD's o AFN's que acepten los siguientes lenguajes:

1. $\Sigma = \{a, b, c\}$, $L =$ lenguaje de las palabras sobre Σ que no contienen la cadena bc. Véase una expresión regular para L en la sección 1.14.

2. $\Sigma = \{a, b\}, L = ab^+a^*$.

3. $\Sigma = \{a, b\}, L = a(a \cup ab)^*$.

4. $\Sigma = \{a, b, c\}, L = a^*b^*c^*$.