CENTRO SUPERIOR DE INFORMÁTICA
Departamento de Estadística, I.O. y Computación
Teoría de Autómatas y Lenguajes Formales

Problemas del tema 2: Conceptos Previos

2.1. Probar las leyes de de Morgan:

- $\neg(P \wedge Q) = \neg P \vee \neg Q$
- $\neg(P \vee Q) = \neg P \wedge \neg Q$

2.2. Probar que las siguientes proposiciones son contradicciones:

2.2.1. $(P \rightarrow Q) \wedge (P \wedge \neg Q)$
2.2.2. $((P \vee Q) \wedge \neg P) \wedge (\neg Q)$
2.2.3. $(P \wedge Q) \wedge (\neg P)$

2.3. Mostrar que $\neg \exists x P(x)$ es equivalente a $\forall x \neg P(x)$

2.4. Probar las leyes de de Morgan para conjuntos.

2.5. Probar o refutar las siguientes afirmaciones:

2.5.1. Si $A \cup B = A \cup C \Rightarrow B = C$
2.5.2. Si $A \cap B = A \cap C \Rightarrow B = C$

2.6. Probar que si $A \subseteq B \Rightarrow \forall C, A \cup C \subseteq B \cap C$

2.7. Demostrar que una relación de equivalencia en un conjunto A define una partición en el conjunto y viceversa.

2.8. Sea $f : A \rightarrow B$ una biyección. Probar que f^{-1} es también una biyección.

2.9. Dadas las funciones $f : A \rightarrow B$ y $g : B \rightarrow C$ probar que son ciertas las siguientes afirmaciones:

2.9.1. Si f y g son inyectivas $\Rightarrow gof$ también lo es.
2.9.2. Si f y g son sobreyectivas $\Rightarrow gof$ también lo es.

2.10. Demostrar que si $A \subseteq B$ y A es infinito, entonces B es infinito.

2.11. Demostrar las siguientes propiedades:

2.11.1. La relación de equipotencia es una relación de equivalencia.
2.11.2. Si A y B son numerables $\Rightarrow A \cup B$ es numerable

2.11.3. Si A y B son numerables $\Rightarrow AxB$ es numerable

2.12. Demostrar que NxN es numerable utilizando la función $f : NxN \to N$ definida como $f(n,m) = 2^n 3^m$

2.13. Dadas las funciones $f : A \to B$ y $g : C \to D$ y supongamos que $A \cap C = \emptyset$ y también $B \cup D = \emptyset$. Demostrar que $f \cup g$ es sobreyectiva si f y g lo son. Probar que $f \cup g$ es inyectiva si f y g lo son.