



CENTRO SUPERIOR DE INFORMÁTICA
Departamento de Estadística, I.O. y Computación
Teoría de Autómatas y Lenguajes Formales

Problemas del tema 6: Máquinas de Turing

- 6.1. Construir una máquina de Turing que compruebe si dos palabras del alfabeto $\{0, 1, 2\}$ son iguales. Las dos palabras estarán separadas por el símbolo '#'.
6.2. Construir una máquina de Turing que enumere sobre su cinta todos los números enteros en binario, en orden numérico ascendente cuando comience con la configuración $(q_1, 0\$)$ (el símbolo \$ representa al símbolo blanco). Es decir, la máquina se ejecutaría de esta forma: $(q_1, 0\$) \vdash^* (q_1, 1\$) \vdash^* (q_1, 10\$) \vdash^* (q_1, 11\$) (*...$
Obsérvese que la máquina nunca para.
6.3. Construir una máquina de Turing que enumere sobre su cinta todos los enteros binarios en orden numérico ascendente separados por blancos y que comience la ejecución con $(q_1, 0\$)$.
6.4. Construir una máquina de Turing que acepte el lenguaje $\{a^n b^n | n \geq 0\}$
6.5. Construir una máquina de Turing que acepte $\{a^n b^n c^n | n \geq 0\}$
6.6. Construir una máquina de Turing que calcule la función de paridad de los números naturales:

$$f(n) = \begin{cases} 0 & \text{si } n \text{ es par} \\ 1 & \text{si } n \text{ es impar} \end{cases} \quad (6.1)$$

- 6.7. La función característica de un lenguaje, χ_L transforma una cadena w sobre el alfabeto del lenguaje en una cadena con un único símbolo, 0 ó 1, dependiendo de si $w \in L$ o no. Es decir, χ_L se define como:

$$\chi_L = \begin{cases} 1 & \text{si } w \in L \\ 0 & \text{si } w \notin L \end{cases} \quad (6.2)$$

- 6.8. Construir una máquina de Turing que compute para los siguientes lenguajes sobre el alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$
6.8.1. $L = aba * b$
6.8.2. $L = \{w \mid \text{la longitud de } w \text{ es par}\}$

6.8.3. $L = \{a^n b^{2n} | n \geq 0\}$

¿Son recursivos estos lenguajes? ¿Son recursivamente enumerables?

6.9. Construir una máquina de Turing que acepte $\{w | w = w^{-1}\}$

6.10. Construir una máquina de Turing no determinista que acepte el lenguaje $L = \{xww^{-1}y | x, y, w \in \{a, b\}^+ \text{ y } |x| \geq |y|\}$

¿Cómo se podría reconocer este lenguaje de forma determinista?

6.11. Diseñar un algoritmo que determine si una cadena $w \in \{a, b\}^+$ es una máquina de Turing codificada.

Proponer a partir de la solución propuesta, un algoritmo que enumere las codificaciones de todas las máquinas de Turing. Indicación: combinar el apartado anterior con una máquina de Turing que enumere sobre su cinta todas las codificaciones binarias de números naturales.

6.12. Demostrar que la unión de dos lenguajes recursivos es un lenguaje recursivo. ¿La unión de dos lenguajes recursivamente enumerables arbitrarios es también un lenguaje recursivamente enumerable?

6.13. Demostrar que la intersección de lenguajes recursivamente enumerables es un lenguaje recursivamente enumerable.

6.14. Dibujar un diagrama de Venn que represente todas las relaciones de inclusión e intersección entre los conjuntos de

- Lenguajes
- Lenguajes recursivos
- Lenguajes independientes del contexto
- Lenguajes regulares