UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA INFORMÁTICA
Tecnología de Computadores
Práctica de programación, curso 2010/11

Profesor: Juan Julian Merino Rubio

Enunciado de la práctica: Cálculo de una hipoteca

La práctica de programación en ensamblador para el curso 2010/11 va a consistir en el desarrollo de una aplicación para calcular los pagos a realizar con un préstamo hipotecario. Se debe escribir un programa llamado `HIPOTECA.ASM`, en lenguaje Ensamblador de la arquitectura IA32, en entorno Windows, que admita de forma interactiva por parte del usuario la introducción y edición de los datos del préstamo hipotecario, a saber: el capital concedido, el tipo de interés y la duración del préstamo, además de otros datos adicionales, como si el préstamo es a interés fijo o variable y cosas así, que se aclararán más adelante. El programa, una vez aceptados los datos calculará los pagos mensuales que se deben realizar durante el primer año y luego a golpe de tecla en los años sucesivos, presentandolos en forma de tabla.

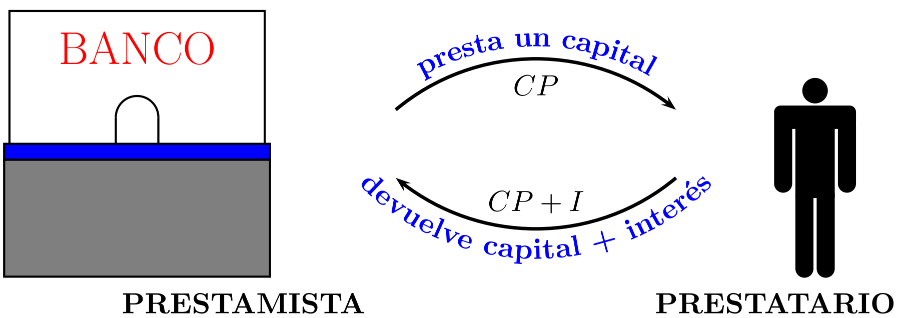
La parte obligatoria deberá realizar, al menos, la siguiente secuencia:

1. Introducir interactivamente los datos del préstamo.
2. Calcular las cuotas mensuales que deben pagarse, separando la amortización del capital y los intereses.
3. Mostrar por pantalla la tabla, año a año, con los detalles anteriores.
4. Editar los datos iniciales de nuevo para posibilitar su modificación, volviendo en su caso al paso 2, o eligiendo salir del programa.

Un poco de teoría financiera

Interés simple

Cuando se presta un capital durante cierto tiempo el prestamista se indemniza recibiendo, además del capital prestado, cierta cantidad que se llama interés.



$$\begin{aligned} CP &= \text{capital presente} \\ I &= \text{interés} \\ CF &= CP + I = \text{capital futuro} \end{aligned}$$

El interés se puede regular por comparación con un capital de 100 €, que se supone prestado durante un año en las mismas condiciones que el capital que se considera. El interés de 100 € en un año se llama *rédito* o tanto por ciento.

El interés es proporcional al capital prestado: si además se admite que es proporcional al tiempo, se llama *interés simple*.

$$I = CP \times \frac{r}{100} \times t \tag{1}$$

donde,

$$\begin{aligned} \text{r} &= \text{rédito o tanto por ciento (\%), anual.} \\ \text{t} &= \text{tiempo o duración, en número de años, del préstamo.} \end{aligned}$$

Ejemplo 1 Se prestan 2.000.- € al 4,5 % anual durante 6 meses. Calcular el interés que debe pagarse.

$$CP = 2.000,00$$
$$r = 4,5\,\%$$
$$t = 1/2 \text{ año}$$

$$I = CP \cdot \frac{r}{100} \cdot t = 2000 \times \frac{4,5}{100} \times 0,5 = 45,00$$

Respuesta: $I = 45$.- €
(habrá que devolver $CF = CP + I = 2.045$.- €

Generalmente, en las cuestiones de interés simple, el prestatario paga por intervalos iguales (que pueden ser de un año, de un semestre, de un trimestre, etc.) el interés del capital que ha recibido; y al terminar el tiempo estipulado debe devolver también el capital.
Si se intercambian los papeles hablamos de *inversión*; quien pone el capital espera obtener un rendimiento en forma de interés.

Interés compuesto

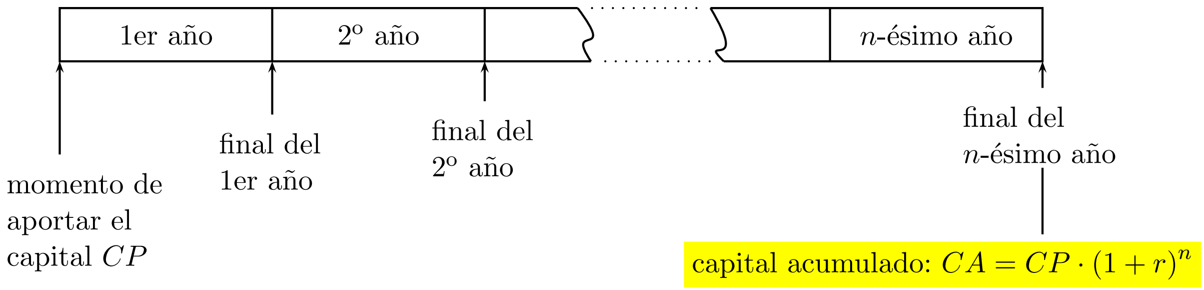
El interés se llama *compuesto* cuando por intervalos iguales se acumula al capital (se capitaliza) para producir a su vez otro interés. El interés compuesto se regula por el *tanto por uno* (o tanto, o tasa) que es el interés producido por un euro (1 €), prestado durante un año, en las mismas condiciones que el capital. Se admite que el interés compuesto es proporcional al capital, pero no es proporcional al tiempo, porque el capital variable aumenta con el tiempo.

Sea CP = capital primitivo u original, y r el rédito, en tanto por uno anual. Al capitalizar por años tendremos:

- Al cabo de un año CP produce un interés $r \cdot CP$ y el nuevo capital es $CP(1 + r)$
- Al cabo del segundo año el nuevo capital, $CP(1 + r)$, produce un interés de $r \cdot CP \cdot (1 + r)$ y el nuevo capital es: $CP(1 + r) + r \cdot CP(1 + r) = CP \cdot (1 + r)^2$

y así sucesivamente, al cabo de n años el capital compuesto o acumulado, CA, es:

$$CA = CP \cdot (1 + r)^n$$



Supongamos que el año esté dividido en k periodos iguales, que los intereses se capitalicen al cabo del tiempo $1/k$, y que r' sea el tanto equivalente al r en el tiempo $1/k$.

Un euro se convierte al cabo de un año en $1+r$ euros, y en virtud de la fórmula anterior, en k periodos que forman un año se debe convertir en $(1+r')^k$, tendremos por consiguiente:

$$1 + r = \left(1 + r'\right)^k$$

o bien

$$1 + r' = (1 + r)^{1/k} \tag{2}$$

Ejemplo 2 ¿Cuál es el tanto mensual equivalente al 3,5 % anual?

$$\left.\begin{aligned} r &= \frac{3,5}{100} = 0,035 \text{ anual} \\ k &= 12 \text{ meses (1 año)} \end{aligned}\right\} \; r' = (1+r)^{1/k} - 1\ ,$$

$$\begin{aligned} r' &= (1+0,035)^{1/12} - 1 = 1,035^{1/12} - 1 \\ &= 1,002870899 - 1 = 0,002870899 \\ &= 0,287\,\% \text{ mensual} \end{aligned}$$

Habitualmente los bancos no calculan así el tanto mensual equivalente, sino que lo hacen así: $r'_B = \frac{r}{k}$, por ejemplo, con los números anteriores,

$$r'_B = \frac{0,035}{12} = 0,002916667 = 0,292\,\%$$

El error siempre es a favor del banco.

En p periodos iguales a $1/k$ se tendrá

$$(1 + r')^p = (1 + r)^{p/k}$$

Ahora, si $n = n' + p/k$, tendremos para el valor del capital en los n' años: $CP \cdot (1+r)^{n'}$ y colocando este capital a interés compuesto durante el tiempo p/k se convertirá en

$$CP \cdot (1+r)^{n'} \cdot (1+r)^{p/k} = CP \cdot (1+r)^{n' + \frac{p}{k}}$$

por consiguiente, la fórmula

$$CA = CP \cdot (1 + r)^n \tag{3}$$

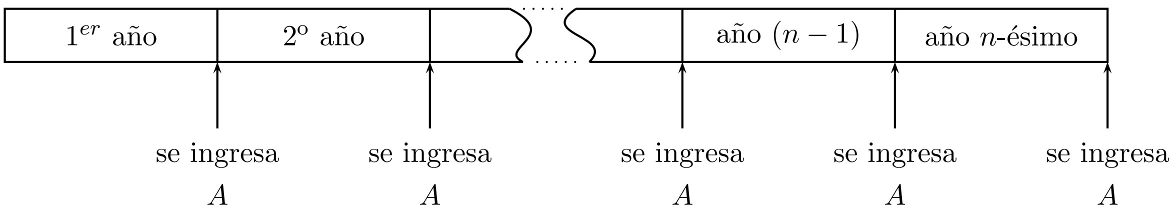
es válida para cualquier valor de n, aunque no sea un número entero de años.

La fórmula (3) resuelve cuatro cuestiones, porque cada una de las cuatro cantidades que figuran en ella pueden ser la incógnita, además del capital acumulado:

- El capital primitivo;
$$CP = CA \cdot (1 + r)^{-n} \tag{4}$$
- El tiempo necesario para una capitalización
$$n = \frac{\log(CA) - \log(CP)}{\log(1 + r)} \tag{5}$$
- El rédito
$$r = \sqrt[n]{\frac{CA}{CP}} - 1 \tag{6}$$
- El interés o ganancia total
$$I = CA - CP = CP \cdot [(1 + r)^n - 1] \tag{7}$$

Anualidades

Formación de un capital por anualidades (capitalización). Si durante n años consecutivos y al final de cada uno se coloca una suma de A euros a interés compuesto, se formará un capital cuyo valor nos proponemos hallar.



La primera anualidad estará colocada durante $(n-1)$ años, por tanto se convertirá en $A \cdot (1+r)^{n-1}$; la segunda anualidad estará colocada durante $(n-2)$ años, por lo que se convertirá en $A \cdot (1+r)^{n-2}$, la tercera en $A \cdot (1+r)^{n-3}$, $\ldots$, y la última será A. Sumando todas las anualidades se obtiene la expresión del capital formado (CF):

$$CF = A + A(1+r) + \cdots + A(1+r)^{n-2} + A(1+r)^{n-1} \,,$$

y como el segundo miembro es una progresión geométrica cuya razón es $1 + r$,

$$CF = \frac{A \cdot [(1+r)^n - 1]}{r} \tag{8}$$

La fórmula (8) resuelve cuatro problemas, siendo los más importantes hallar el capital (futuro) y hallar la anualidad.

Ejemplo 3 Cada año ingresamos 2.500.- € para formar un capital. El rédito es del 5 % anual. Empezamos a pagar cuando cumplimos 45 años. Al jubilarnos con 65 años (!!), ¿qué capital hemos formado?
Se aplica (8) directamente, con $A = 2.500,00$, $r = 0,05$ y $n = 21$ años

$$CF = \frac{2.500 \cdot (1,05^{21} - 1)}{0,05} = \frac{2.500 \cdot (2,78596259 - 1)}{0,05}$$

$$CF = 2.500 \times 35,71925181 = 89.298,13 \text{ €}$$

Respuesta: 89.298, 13 €

Ejemplo 4 ¿Cuántos años tardaremos en formar un capital de 100.000.- € si ingresamos cada año 5.000.- € en una cuenta que nos renta un 4 % anual?
Despejamos n en (8) y obtenemos:

$$n = \frac{\log\left(1 + \frac{CF \cdot r}{A}\right)}{\log\left(1 + r\right)} \tag{9}$$

Con los datos del problema: $CF = 100.000,00$, $A = 5.000,00$, $r = 0,04$

$$n = \frac{\log\left(1 + \frac{100.000 \cdot 0,04}{5.000}\right)}{\log(1,04)} = \frac{\log(1 + 0,8)}{\log(1,04)} = \frac{0,2552725051}{0,0170333393} = 14,9866$$

O sea, 15 años, consiguiendo entonces un capital de

$$CF = \frac{5.000 \cdot (1,04^{15} - 1)}{0,04} = 5.000 \times 20,02358764 = 100.117,94 \text{ €}$$

Respuesta: 15 años.

A partir de (8) no se puede despejar r directamente, por lo que hay que emplear técnicas de aproximación, bien por tanteo bien mediante cualquiera de los métodos sistemáticos (de los que se ven en los libros de *Cálculo Numérico*, por ejemplo el método de Newton u otros). Para facilitar las cosas en (8) llamemos b al cociente CF/A y $x = 1 + r$, quedando la ecuación

$$b = \frac{x^n - 1}{x - 1} = x^{n-1} + x^{n-2} + \cdots + x + 1$$

Esto es, que hay que hallar la raiz próxima a 1 del polinomio

$$f(x) = x^{n-1} + x^{n-2} + \cdots + x + (1 - b)$$

Un método apropiado es el de Newton-Raphson, que aproxima la raiz iterativamente según:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

En el Ejemplo 5 tenemos un caso práctico.

El capital formado, CF, es el valor adquirido por las n anualidades al final del $n-$ésimo año; si designamos por VA su valor actual, es decir su valor al comenzar el primer año, tendremos, en virtud de la fórmula del interés compuesto:

$$CF = VA \cdot (1 + r)^n \ ,$$

o bien,

$$VA = \frac{CF}{(1 + r)^n}$$

que sustituyendo en (8):

$$VA = \frac{A \cdot [(1 + r)^n - 1]}{r \cdot (1 + r)^n} \tag{10}$$

expresión que sirve para hallar el valor actual de n anualidades de A euros, pagaderos al final de cada año.

Ejemplo 5 En un plazo de 8 años queremos formar un capital de 60.000.- €. Podemos aportar cada año la cantidad de 6.300.- €, ¿qué rédito debemos conseguir para nuestra inversión?
Según lo anterior, tenemos $b = 60.000/6.300 = 9,5238095$ y $n = 8$ años, y hay que hallar la raiz del polinomio

$$f(x) = x^7 + x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x - 8,5238095$$

Empezando con $x_0 = 1,0$ se obtiene:

n	x_n	$f(x_n)$	$f'(x_n)$
0	1,000000	-1,523810	28,0000
1	1,054422	0,177644	34,7546
2	1,049310	0,001778	34,0611
3	1,049258	$1{,}83 \times 10^{-7}$	34,0541

$$r = x - 1 = 0,049258$$

Respuesta: 4,93 %

Amortización de una deuda por anualidades. La anualidad que se aplica a la amortización de una deuda o empréstito recibe el nombre de *renta*. Hay tres tipos:

* **limitada** , cuando el número de años que dura el empréstito es limitado (finito),

* **vitalicia** , cuando el plazo es la vida del acreedor, y

* **perpétua** , cuando el plazo es ilimitado.

El problema de la amortización se resuelve por la fórmula (10) anterior. Porque si VA es el valor actual de la deuda, su valor al final del $n-$ésimo año será $VA \cdot (1+r)^n$; y como el valor de las n anualidades que deben pagarse al final de cada año es $A \cdot [(1+r)^n - 1]/r$, tendremos:

$$VA \cdot (1+r)^n = A \cdot [(1+r)^n - 1]/r$$

de donde se deduce:

$$A = \frac{VA \cdot r \cdot (1+r)^n}{(1+r)^n - 1} \tag{11}$$

Si ponemos la fórmula (11)

$$A = \frac{VA \cdot r \cdot [(1+r)^n - 1 + 1]}{(1+r)^n - 1} = VA \cdot r + \frac{VA \cdot r}{(1+r)^n - 1}$$

La primera parte, $VA \cdot r$, es el interés simple o renta perpétua del capital VA. El segundo término, $\frac{VA \cdot r}{(1+r)^n - 1}$, es la parte de la renta que queda destinada a la amortización. Esta parte se hace cero si $n \to \infty$, convirtiéndose la renta en perpétua, no amortizándose nunca.

La fórmula (11) resuelve cuatro problemas (Ejemplos 6, 7, 8 y 9, respectivamente).

Ejemplo 6 [Cálculo de A] Calcular las mensualidades de una hipoteca de 90.500,- € al 6,5 % anual, a pagar en 15 años.

$$\left.\begin{aligned} VA &= 90.500,00\ € \\ r &= 0,065 \\ n &= 15 \text{ años} \end{aligned}\right\} \text{ La fórmula (11) se pone también:}$$

$$A = VA \cdot \frac{r}{1-(1+r)^{-n}} \tag{12}$$

de donde:

$$A = 90500 \cdot \frac{0,065}{1-1,065^{-15}} = \frac{5882,5}{1-0,388883} = 9624,96 \text{ €}$$

La anualidad que resulta es de 9.624,96 €, de los cuales $VA \cdot r = 5.882,50$ € corresponden a la renta perpétua (RP) y la diferencia $Q = 9.624,96 - 5.882,50 = 3.742,46$ € es la amortización.
En efecto, una anualidad de 3.742,46 € durante 15 años al 6,5 % produce un capital final (fórmula (8), esto es una repetición del ejemplo 3):

$$CF = Q \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{r} = \frac{3742,46 \cdot (1,065^{15} - 1)}{0,065} = 90500,80$$

o sea, el capital prestado. Los 5.882,50 € anuales son el interés (perpétuo) por el préstamo, lo cual hacen un monto de $15 \times 5.882,50 = 88.237,50$ €, lo que se le paga al banco (su interés) además del dinero prestado, claro.
Pero estos no son los cálculos que se piden en el enunciado. Se pide la mensualidad, no la anualidad. La fórmula es la misma (11) o en la forma (12), pero con el rédito mensual y $n' = 12 \times 15 = 180$ meses.
Habría que utilizar el rédito mensual equivalente (fórmula (2)):

$$1 + r' = (1+r)^{1/12} = \sqrt[12]{1,065} = 1,005262 \ ; \quad r' = 0,5262\,\% \text{ mensual.}$$

con el que resultan unas cuotas mensuales (CM) o mensualidades de

$$CM' = 90500 \cdot \frac{0,005262}{1-1,005262^{-180}} = \frac{476,21}{1-0,388805} = 779,15 \text{ €}$$

lo que pasa es, como se indicó en el ejemplo 2, que los bancos calculan el rédito equivalente simplemente dividiendo por 12, resultando $r'' = 0,065/12 = 0,0054167$. Con este rédito y empleando (12) con 180 meses resulta

$$CM = 90500 \cdot \frac{0,0054167}{1-1,0054167^{-180}} = \frac{490,21}{1-0,378184} = 788,35 \text{ €}$$

Respuesta: 788,35 €

Ejemplo 7 [Cálculo de VA] Hemos comprado un coche a plazos, pagando todos los meses un recibo de 331,19 €, durante 5 años, al 2 % mensual. Hicimos una entrega inicial de 3.837,50 €. ¿Cuál era el precio del coche?

$$\left.\begin{aligned} A \text{ ó } CM &= 331,19 \text{ €} \\ r' &= 0,02 \text{ mensual} \\ n' &= 12 \times 5 = 60 \text{ meses} \end{aligned}\right\} \text{ Despejando de (12) el valor actual :}$$

$$VA = A \cdot \frac{1-(1+r)^{-n}}{r} \tag{13}$$

$$\begin{aligned} VA &= 331.19 \times \frac{1-1,02^{-60}}{0,02} = 331.19 \times \frac{1-0,304782}{0,02} \\ &= 331.19 \times \frac{0,695218}{0,02} = 331.19 \times 34,7609 = 11.512,46 \text{ €} \end{aligned}$$

Los 11.512,46 € junto con la entrega inicial de 3.837,50 € es el precio total del coche: 15.349,96 €.

Respuesta: Precio = 15.349,96 €

Si dividimos la entrega inicial entre el precio total: $3.837,50/15.349,96 = 0,2500$ vemos que la entrega inicial era el 25 % del valor del coche, y se financió a 5 años el 75 % restante.

¿Cuál es el rédito anual equivalente al que se ha pagado este préstamo? Usando la fórmula (2) se obtiene:

$$r = (1+r')^k - 1 = (1+0,02)^{12} - 1 = 1,02^{12} - 1 = 0,268241$$

o sea, a casi el 27 %.

Ejemplo 8 [Cálculo de n] ¿En cuánto tiempo pagaremos un préstamo de 163.000,- € con un interés anual del 6 % si las anualidades mayores que podemos reunir son de 12.000,- €?

$$\left.\begin{aligned} VA &= 163.000,00 \text{ €} \\ A &= 12.000,00 \text{ €} \\ r &= 0,06 \text{ anual} \end{aligned}\right\} \text{Despejando de (11) el número de períodos: } n$$

$$n = -\frac{\log\left(1 - \frac{VA \times r}{A}\right)}{\log(1+r)} \tag{14}$$

$$n = -\frac{\log\left(1 - \frac{163000 \times 0,06}{12000}\right)}{\log(1+0,06)} = -\frac{\log(0,185)}{\log(1,06)} = -\frac{-0,732828}{0,025306} = 28,9587 \text{ años}$$

Respuesta: 29 años.

Ejemplo 9 [Cálculo de r] En la propaganda de un banco se ofrecen préstamos de hasta 4.000,- € a seis meses, pagando una cuota mensual de 705,- €. ¿A qué tanto está el préstamo?

$$\left.\begin{aligned} VA &= 4.000,00 \text{ €} \\ A &= 705,00 \text{ €} \\ n &= 6 \text{ meses} \end{aligned}\right\} \text{Como en el ejemplo 5, llamamos } b \text{ al cociente } VA/A \text{ y } x = 1+r$$

y sustituyendo en (13) queda

$$b = \frac{1-x^{-n}}{x-1} \tag{15}$$

que la podemos poner de la siguiente forma para usar el método de Newton-Raphson:

$$\begin{aligned} f(x) &= b \cdot x + x^{-n} - b - 1 \\ f'(x) &= b - n \cdot x^{-(n+1)} \end{aligned}$$

Empezando con $x_0 = 1,02$ (un 2 % mensual), obtenemos

n	x_n	$f(x_n)$	$f'(x_n)$
0	1,020000	0,001446	0,45039
1	1,016788	0,000186	0,33380
2	1,016229	5,743 × 10^{-6}	0,31322
3	1,016211	6,207 × 10^{-9}	0,31255

$$r' = x - 1 = 0,016211 \text{ mensual}$$

Respuesta: 1,62 % mensual.
Usando (2) obtenemos la tasa anual equivalente, que resulta ser:

$$1 + r = (1 + r')^{12} = 1,0162^{12} = 1,212691 \; ; \quad r = 21,27\,\% \text{ anual.}$$

Resultados de la práctica

Del enunciado de la práctica y vistos los ejemplos anteriores deducimos que el ejemplo 6 es precisamente lo que se pide que haga la práctica. Los restantes ejemplos quedan como ideas para posibles ampliaciones.

¿Cómo se presentan los resultados? En forma de tabla de los doce meses siguientes así:

Fecha	**Cuota**	**Capital**	**Intereses**	**Capital Pendiente**
29/03/2011	788,35 €	298,14 €	490,21 €	90.201,86 €
29/04/2011	788,35 €	299,75 €	488,59 €	89.902,10 €
28/05/2011	788,35 €	301,38 €	486,97 €	89.600,72 €
29/06/2011	788,35 €	303,01 €	485,34 €	89.297,71 €
29/07/2011	788,35 €	304,66 €	483,70 €	88.993,05 €
29/08/2011	788,35 €	306,31 €	482,05 €	88.686,74 €
29/09/2011	788,35 €	307,97 €	480,39 €	88.378,77 €
29/10/2011	788,35 €	309,63 €	478,72 €	88.069,14 €
29/11/2011	788,35 €	311,31 €	477,04 €	87.757,83 €
29/12/2011	788,35 €	313,00 €	475,35 €	87.444,83 €
28/01/2012	788,35 €	314,69 €	473,66 €	87.130,14 €
29/02/2012	788,35 €	316,40 €	471,95 €	86.813,74 €

donde los datos se han tomado del ejemplo 6, desglosando cada mensualidad en intereses y rebaja del capital; de esta manera es como nos proporciona el banco la tabla de amortización de un préstamo. Para rellenar la tabla los cálculos son los siguientes: se calcula la cuota mensual tal como se hace en el ejemplo 6, empleando la fórmula (12) con el rédito equivalente mensual que emplea el banco ($r'' = r/12$). Cada mes la cuota se compone de capital e intereses, estos se calculan multiplicando el capital que queda pendiente por el rédito equivalente mensual, la diferencia hasta el total de la cuota es la bajada de capital. El capital pendiente se calcula con las fórmulas que se han ido exponiendo, así:

$$\text{Capital Pendiente mes i-ésimo} = VA \times (1 + r'')^i - \frac{CM \times \left[(1 + r'')^i - 1\right]}{r''}$$

pues al terminar el i-ésimo mes el capital inicial VA tiene el valor $VA \times (1 + r'')^i$ (fórmula (3)), pero para entonces se han ingresado i cuotas mensuales CM que han formado un capital $\frac{CM \times \left[(1+r'')^i - 1\right]}{r''}$ (fórmula (8)).

¿Qué pasa al año siguiente? Si el préstamo es a tipo fijo todo sigue igual y es cuestión de prolongar la tabla otros doce meses, pero si el préstamo es a interés variable, lo típico es que cambia cada año que transcurre (cada doce meses desde que se constituye el préstamo). Entonces el cálculo de la cuota mensual hay que rehacerlo, con el nuevo rédito y el capital pendiente y plazos restantes. Supongamos que ése es el caso en el ejemplo 6. Se presenta de entrada la tabla anterior con el plan de amortización del primer año. Ahora se pide que el usuario introduzca la nueva tasa de interés para el segundo año. Supongamos que se introduce $r = 5,7\,\%$. Se calcula entonces la nueva cuota mensual:

$$\begin{aligned} r'' &= \frac{0,057}{12} = 0,004750 \ ; \\ VA &= 86.813,74 \text{ €, el capital que queda por pagar;} \\ n &= 168 \text{ meses, los períodos que quedan;} \\ CM &= 86813,74 \cdot \frac{0,004750}{1 - 1,004750^{-168}} = 751,23 \text{ €.} \end{aligned}$$

y se construye una tabla de amortización como la del primer año pero con los nuevos datos:

Fecha	**Cuota**	**Capital**	**Intereses**	**Capital Pendiente**
29/03/2012	751,23 €	338,86 €	412,37 €	86.474,88 €
28/04/2012	751,23 €	340,47 €	410,76 €	86.134,41 €
...	...	...	...	...
28/02/2013	751,23 €	357,00 €	394,23 €	82.639,43 €

y así sucesivamente, dando opción a continuar pidiendo el nuevo tipo de interés o bien terminar el programa.

Bibliografía

[1] *María Bonilla Musoles, Antonia Ivars Escortell*
MATEMÁTICAS DE LAS OPERACIONES FINANCIERAS
Editorial AC, 1994.
(hay tres ejemplares en la Biblioteca de Informática)

[2] `http://www.aulafacil.com/CursoMatematicasFinancieras/Finanza37.htm`

[3] `http://es.wikipedia.org/wiki/Tasa_anual_equivalente`

[4] `http://www.rankia.com/articulos/210051-tae-tasa-anual-equivalente-que-incluye`