Control Digital

Curso 98/99

Hoja de Ejercicios nº 5

1. En el sistema siguiente sólo se puede acceder a su salida y su periodo de muestreo es muy lento:

$$\underline{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} 1 & -0.2 \\ 0.4 & 0.5 \end{bmatrix} \underline{x}_k + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u_k \qquad y_k = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \underline{x}_k$$

   (a) Realizar el controlador más adecuado para que el sistema siga una referencia como un sistema con polos en $0.9 \pm 0.1745j$.

   (b) Estudiar la evolución de la salida ante una entrada escalón.

2. Dado el sistema:

$$\underline{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} -1.2 & -0.46 & -0.26 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \underline{x}_k + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_k + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} w_k \qquad y_k = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \underline{x}_k + v_k$$

   donde w_k y v_k son ruidos gausianos de media 0 y variaza cumpliendo que:

$$E[w_j w_k^T] = \begin{cases} 0.9 & j = k \\ 0 & j \neq k \end{cases} \qquad E[v_j v_k^T] = \begin{cases} 0.7 & j = k \\ 0 & j \neq k \end{cases}$$

   (a) Calcular la evolución de la media y la varianza de la salida si el sistema parte del estado inicial $\underline{x}_0 = (1, 0, 2)^T$ y recibe la secuencia de comandos $\underline{u}_k = \{3, 3, 2, 0, 0, 1\}$.

   (b) Calcular los factores de Kalman de 20 etapas para este sistema. Representar la evolución de cada una de sus componentes. ¿Qué ocurre?

   (c) Calcular la evolución del estado real y el estimado cuando el sistema parte del estado $\underline{x}_0 = (-4, 3, 1)^T$ y el estimador del origen ($\widehat{\underline{x}}_0 = (0, 0, 0)^T$).

3. Al sistema siguiente sólo se puede acceder a su salida; y las perturbaciones de proceso y medida son ruidos blancos gausianos de media 0 y varianza 0.9 y 0.3 respectivamente.

$$\underline{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \underline{x}_k + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u_k + \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.5 \end{bmatrix} w_k \qquad y_k = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix} \underline{x}_k + v_k$$

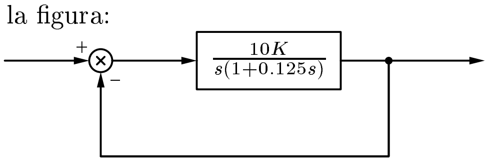
   (a) Realizar un diseño de control, mediante realimentación de variables de estado, que haga que el comportamiento del sistema sea equivalente a uno continuo con polos en $-1 \pm 0.5j$ cuando sigue una referencia.

4. Se pretende controlar una planta $G(s) = K/s(s + 10)$ cumpliendo las siguientes especificaciones:

   - El sistema en lazo cerrado debe presentar un error estacionario frente a una entrada en rampa de pendiente A menor que el 1% de la pendiente de dicha rampa.
   - Se exige un margen de fase de al menos 45 grados.

   Diseñar un compensador de retardo de fase tal que se cumplan ambas especificaciones.

5. Considérese el sistema de la figura:



   Diseñar un compensador de adelanto para este sistema de tal modo que la constante K_v sea igual a 100 y que el margen de fase sea de almenos 50 grados.